

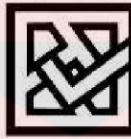
کد کنترل

۲۸۷

E

۲۸۷E

دفترچه شماره (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه مرکز) - سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی برق - مخابرات - کد (۲۳۰۲)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - مدارهای الکترونیکی ۱ و ۲ - الکترومغناطیس - سیگنال‌ها و سیستم‌ها	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

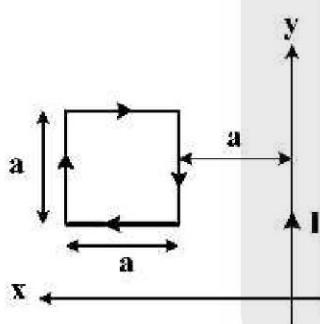
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعاملی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین برای مفروض رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

- ۲۶- مطابق شکل زیر یک سیم طویل حامل جریان I منطبق بر محور y در خلا قرار گرفته است. روی مربعی به ضلع a و به فاصله a از سیم و روی صفحه xy قرار دارد، که در آن \vec{A} ، پتانسیل مغناطیسی برداری برحسب

$$\frac{\text{Wb}}{\text{m}} \text{ است. در این مورد رابطه درست کدام است؟}$$



$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -LI$$

$$= -\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi}$$

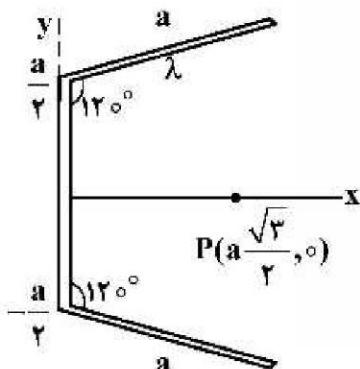
$$\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi} \quad (2)$$

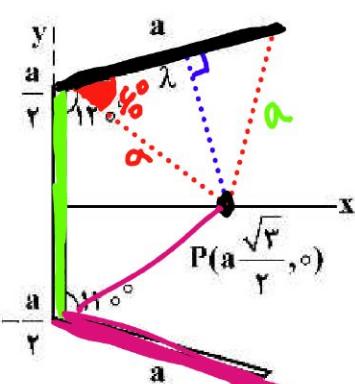
$$\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi} \quad (3)$$

$$-\frac{\mu_0 I a \ln 2}{2\pi} \quad (4)$$

- ۲۷- بار الکتریکی خطی با چگالی $(\frac{C}{m}) \lambda$ روی پاره خط شکسته در صفحه xy مانند شکل زیر توزیع شده است. میدان الکتریکی در نقطه $P(a\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ کدام است؟



نوونگوش



$$\vec{E} = \underbrace{\frac{2\lambda}{\epsilon_0 \pi (a\frac{\sqrt{3}}{r})} \cos 30^\circ}_{\text{Component along } \hat{a}_x} \hat{a}_x + r \left\{ \frac{2\lambda}{\epsilon_0 \pi (a\frac{\sqrt{3}}{r})} \cos 30^\circ \right\} \cos 30^\circ \hat{a}_x$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{\sqrt{r} \pi \epsilon_0 a} \hat{a}_x$$

$$\frac{2\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \quad (1)$$

$$\frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (2)$$

$$\frac{\lambda\sqrt{3}}{2\pi\epsilon_0 a} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\sqrt{3}\pi\epsilon_0 a} \quad (4)$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \iint \nabla \times \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

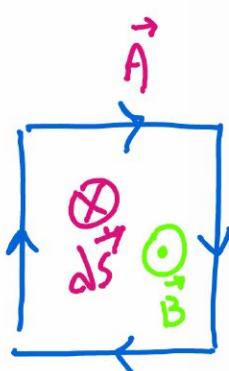
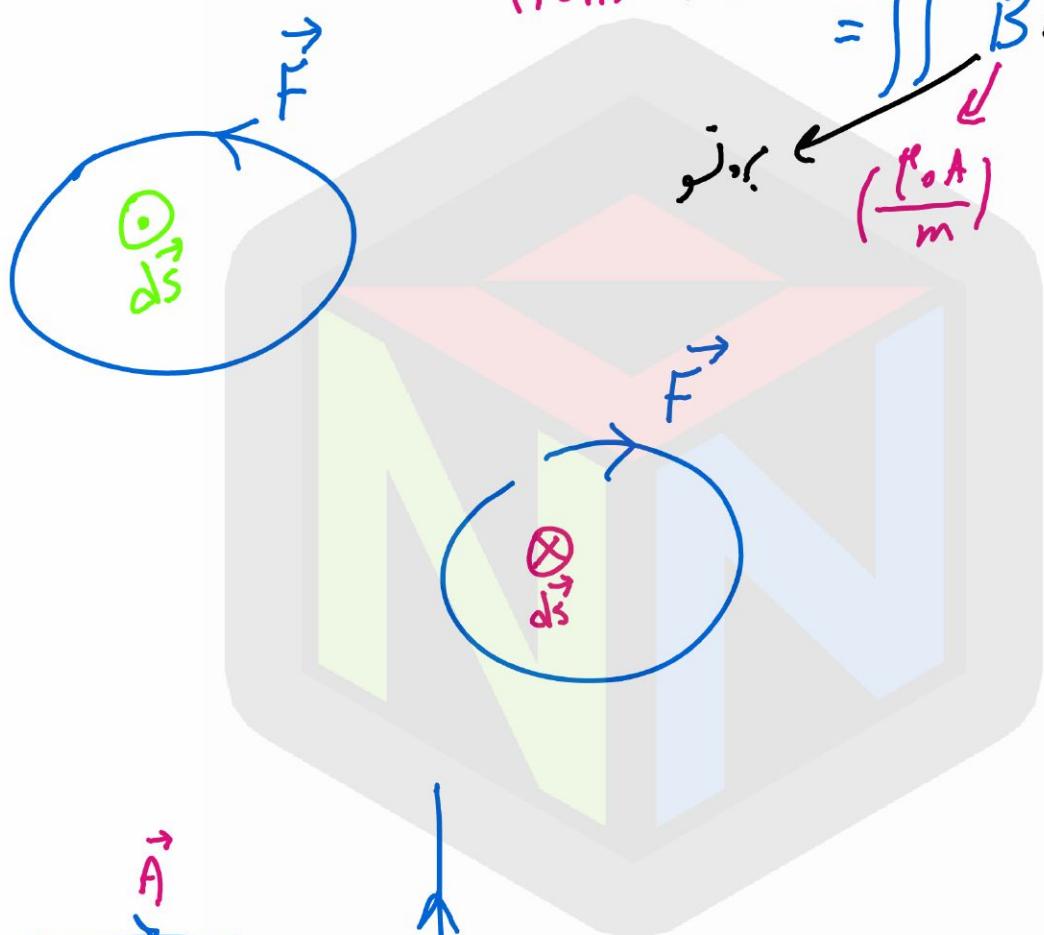
فروز المکش

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s}$$

$(I \circ A) \quad (m)$

$$= \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -LI$$

m^r
مروزه



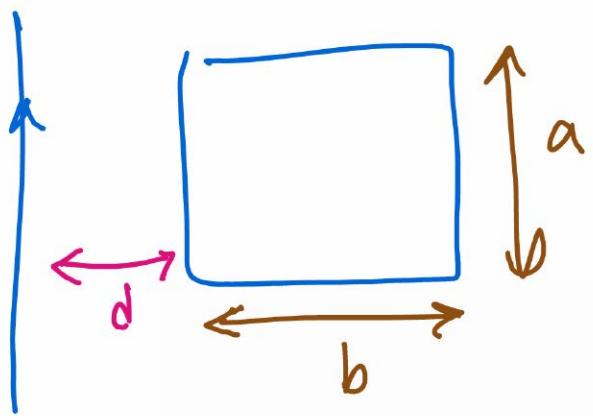
نونگاش

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s}$$

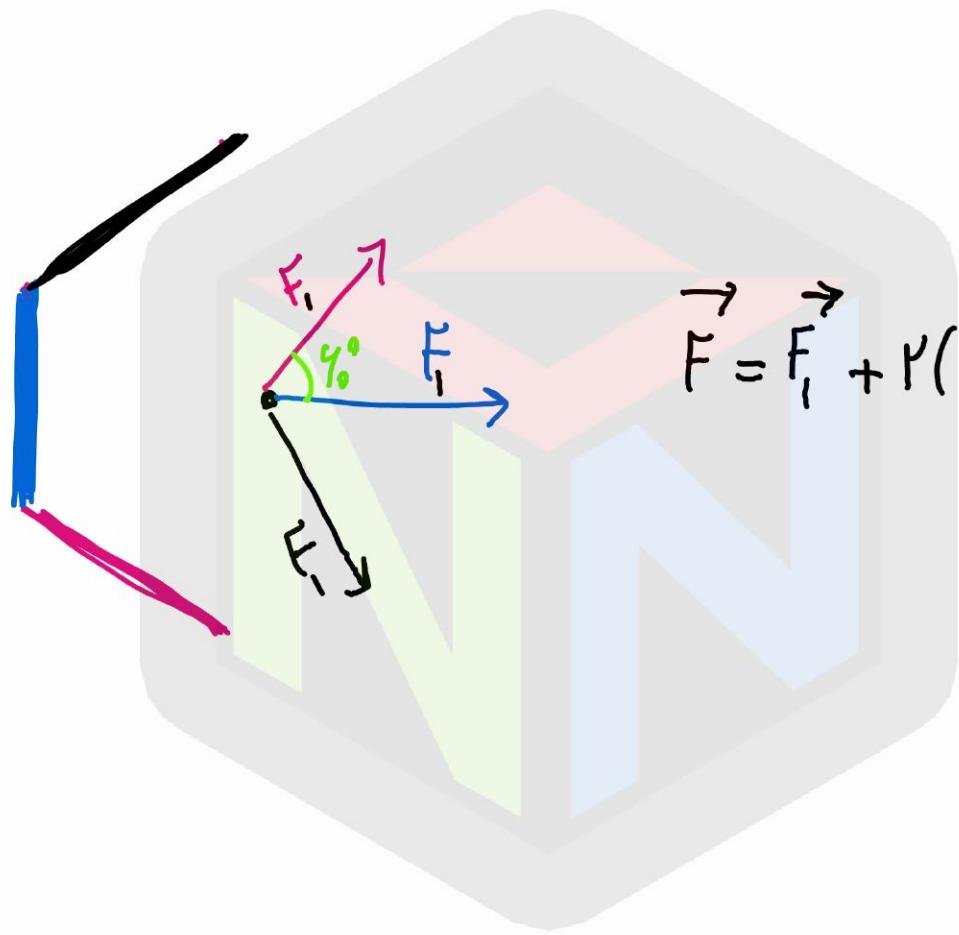
دررن

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s}$$

کردنو



$$M = L_{IR} = \frac{\mu_0 a}{\rho \pi} L_n \frac{d+b}{d}$$



$$\vec{F} = \vec{F}_i + \rho(\vec{F}_i) G_s \%$$

نونگرش

$$\vec{B} = \mu_0 (100) I \hat{a}_z$$

- ۲۸- یک سیم طویل حامل جریان I در فاصله a از محور یک سیم‌لوله حامل جریان I و تعداد دور بر واحد طول $n = 100$ قرار دارد. \vec{a} چقدر باشد تا میدان مغناطیسی روی محور سیم‌لوله زاویه 45° درجه با محور سیم‌لوله بسازد؟

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \mu_0 (100) I \rightarrow a = \frac{1}{200\pi}$$

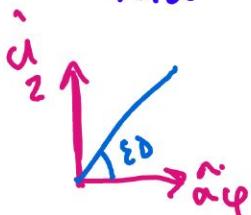
$$a = \frac{1}{100\pi} \text{ m } (1)$$

$$a = \frac{1}{200\pi} \text{ m } (2)$$

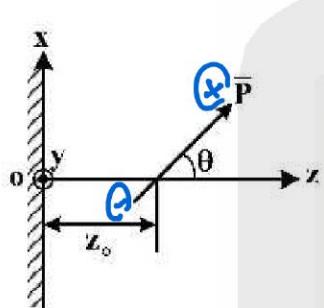
$$a = \frac{1}{100} \text{ m } (3)$$

$$a = \frac{1}{200} \text{ m } (4)$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{a}_z$$

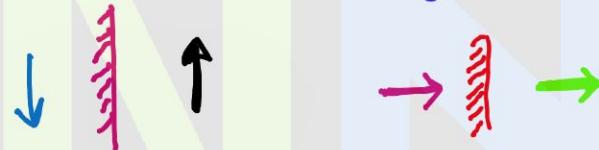


- ۲۹- دیبل الکتریکی P تحت فاصله z_0 با زاویه θ مطابق شکل زیر ($\bar{P}, \bar{a}_z = |P| \cos \theta$)، مفروض است. فرض کنید صفحه xoy هادی با پتانسیل صفر است. چگالی بار سطحی القا شده توسط دیبل روی هادی صفحه‌ای و در مبدأ



$$\theta = 0 \rightarrow \vec{E} \Big|_{z_0} = \frac{P}{\pi \epsilon_0 z_0^3} \hat{a}_z$$

$$\rho_s = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \hat{a}_z = \frac{P}{\pi z_0^3}$$



مختصات کدام است؟

$$\rho_s = \frac{P \cos \theta}{\pi z_0^3} (1)$$

$$\rho_s = \frac{P \cos \theta}{2\pi z_0^3} (2)$$

$$\rho_s = \frac{2P \cos \theta}{\pi z_0^3} (3)$$

$$\rho_s = \frac{4P \cos \theta}{\pi z_0^3} (4)$$

- ۳۰- در مختصات استوانه‌ای (ρ, ϕ, z) ، یک هادی استوانه‌ای با شعاع a و محور آن منطبق بر محور z در دست است. اگر جریان I به طور یکنواخت در جهت \hat{a}_z در این استوانه هادی برقرار باشد، بردار پتانسیل مغناطیسی \vec{A} در این استوانه کدام است؟ فرض کنید که در $\rho = a$, $\phi = 0$, $V = 0$ است.

$$\nabla^r V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial V}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

عنوان استوانه

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I P}{2\pi a^3} \hat{a}_\phi = \nabla \times \vec{A}$$

$$= \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \hat{a}_r & \hat{r} \hat{a}_\phi & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(-1 + \frac{\rho^r}{a^r} \right) \vec{a}_z (1) X$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(-1 + \frac{\rho^r}{a^r} \right) \vec{a}_z (2) X$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(1 - \frac{\rho^r}{a^r} \right) \vec{a}_z (3) \text{ (Correct)}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(1 - \frac{\rho^r}{a^r} \right) \vec{a}_z (4)$$

$$\frac{\partial A_z}{\partial \rho} = - \frac{\mu_0 I}{2\pi a^3}$$

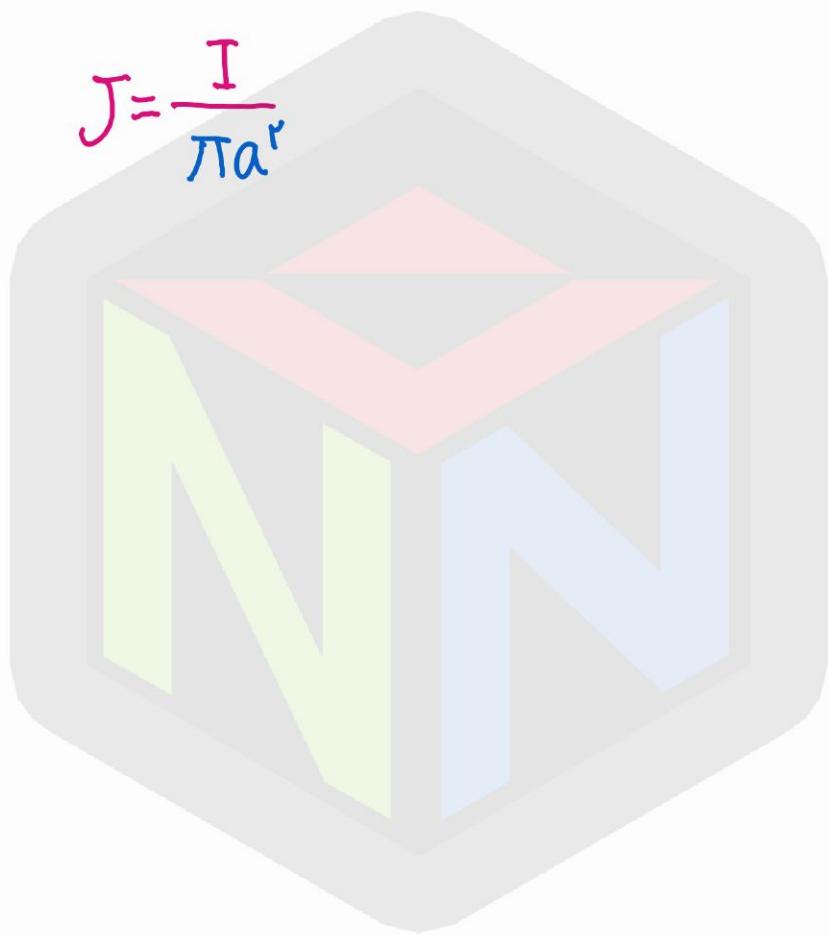
$$A_z = k - \frac{\mu_0 I \rho^r}{\epsilon \pi a^3}$$

$$A_z \Big|_{\rho=a} = 0 \rightarrow k = \frac{\mu_0 I}{\epsilon \pi} \rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0 I}{\epsilon \pi} \left(1 - \frac{\rho^r}{a^r} \right) \hat{a}_z$$



$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 |\vec{J}| r}{r} \hat{a}_\phi & r < a \\ \frac{\mu_0 |\vec{J}| a^2}{r^2} \hat{a}_\phi & r > a \end{cases}$$

$$J = \frac{I}{\pi a^2}$$



نوونگرشن

- ۳۱ - کره هادی با بار Q ، توسط صفحه xoz ($y = 0$) به دو نیم کره تقسیم شده است. نیروی لازم برای متصل نمودن این دو نیم کره کدام است؟ شعاع کره را R در نظر بگیرید.

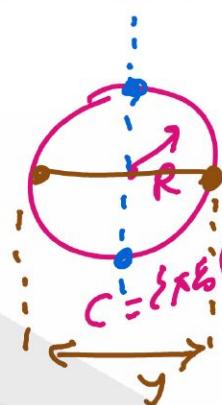
$$W = \frac{1}{r} \frac{Q^r}{c} = \frac{Q^r}{\lambda \pi \epsilon_0 R} = \frac{Q^r}{\epsilon \pi \epsilon_0 y}$$

$$F = \frac{Q^r}{\gamma \pi \epsilon_0 R^r} \quad 0 \quad ?$$

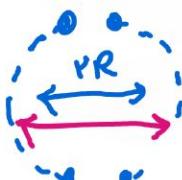
$$F = \frac{Q^r}{\gamma \epsilon \pi \epsilon_0 R^r} \quad 0 \quad \checkmark$$

$$F = \frac{Q^r}{\gamma \pi \epsilon_0 R^r} \quad 0$$

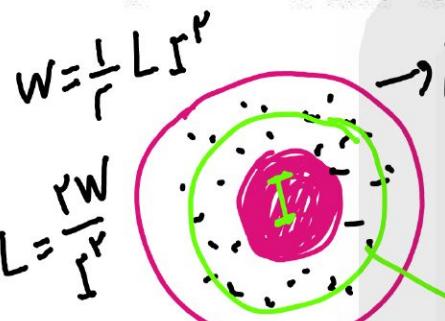
$$F = \frac{Q^r}{\gamma \pi \epsilon_0 R^r} \quad 0$$



$$|\vec{F}| = \left| \frac{\partial W}{\partial y} \right| = \frac{Q^r}{\epsilon \pi \epsilon_0 y^r} = \frac{Q^r}{16 \pi \epsilon_0 R^r}$$



- ۳۲ - بین دو استوانه یک کابل هم محور به شعاع داخلی a و خارجی b از ماده مغناطیسی با تراوایی (permeability) μ پر شده است. L سلف واحد طول آن کدام است؟



$$W = \frac{1}{r} \int \int \int \mu |H|^2 dv$$

$$\rightarrow k = kr^r$$

$$W = \frac{1}{r} \int_a^b \pi kr^r \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 r dr$$

$$= \frac{KI}{4\pi} (b^r - a^r)$$

$$= \frac{1}{r} L k$$

$$k\pi(b^r - a^r) \quad 0$$

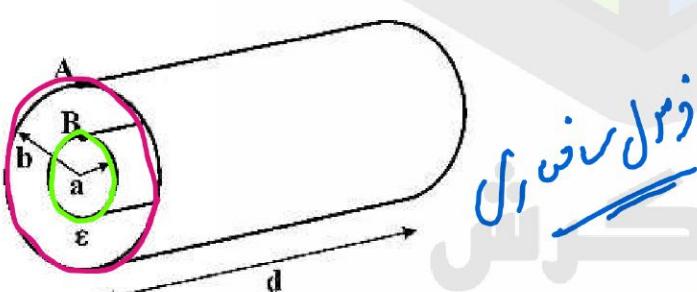
$$\frac{k}{\epsilon \pi} (b^r - a^r) \quad 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{k}{\pi} (b^r - a^r) \quad 0$$

$$\frac{k}{\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad 0$$

- ۳۳ - مانند شکل زیر بین دو استوانه رسانای هم محور به شعاع داخلی a شعاع خارجی b و طول C از ماده‌ای با گذردهی (permittivity) $\epsilon = kr^r$ پر شده است. خازن الکتریکی C از $d \gg a, b$ است.

بین دو نقطه A و B روی دو استوانه کدام است؟



فازی فازی

$$\frac{1}{C} = \int_a^b \frac{dr}{\int_0^d \int_0^{2\pi} kr^r r d\phi dz} = \frac{1}{\gamma \pi dk} \left(\frac{1}{a^r} - \frac{1}{b^r} \right)$$

$$\frac{\pi kd}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad 0 \quad X$$

$$\pi dk \frac{a^r b^r}{b^r - a^r} \quad 0 \quad X$$

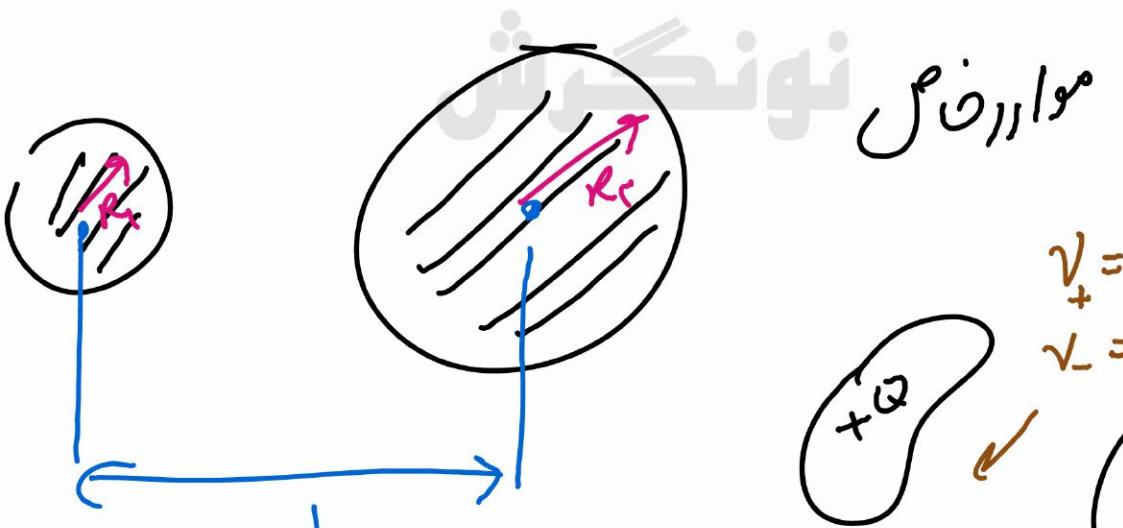
$$\gamma \pi dk \frac{ab}{b-a} \quad 0 \quad X$$

$$\gamma \pi dk \frac{a^r b^r}{b^r - a^r} \quad 0 \quad \checkmark$$

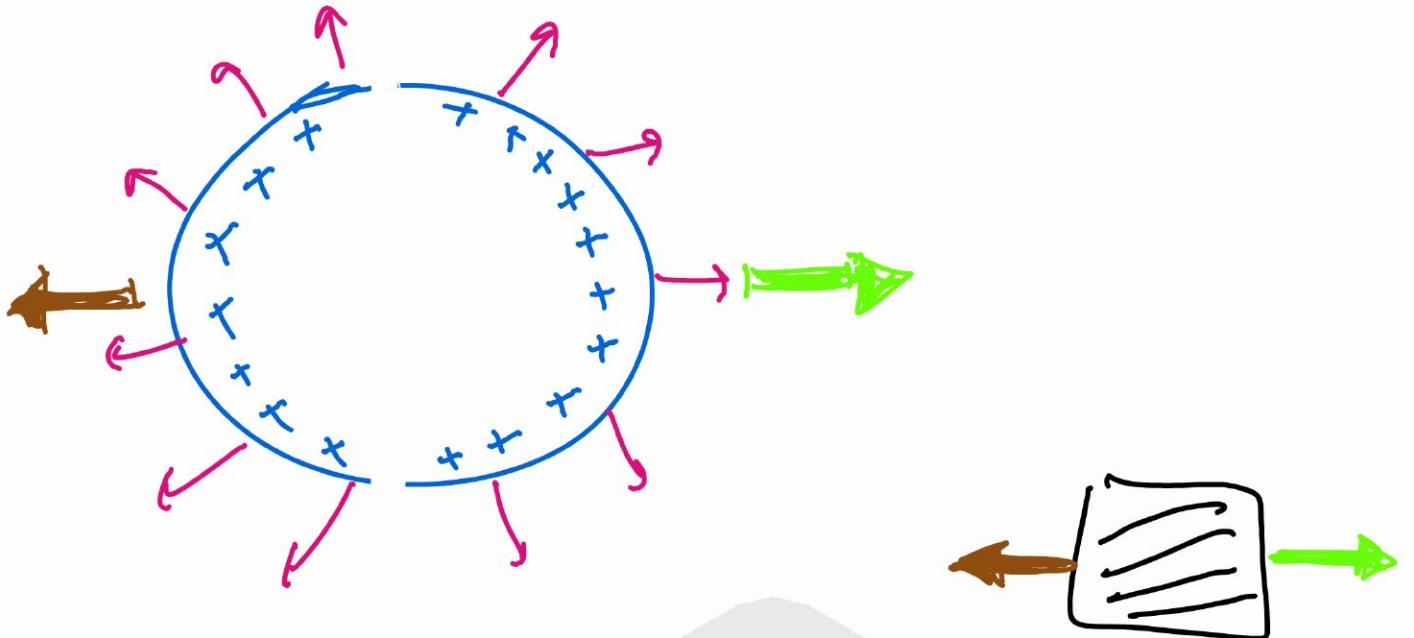
$$C = \frac{\gamma \pi dk a^r b^r}{b^r - a^r}$$

$$W = \frac{1}{F} \iiint r |H| dr$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{F} \iiint \left(\int_a^b kr \left(\frac{I}{r\pi r} \right) r dr \right) r dr d\varphi dz \\
 &= \frac{1}{F} \int_a^b \frac{KI^r}{r^2\pi} r^r dr \\
 &= \frac{KI^r}{r^2\pi} (b^r - a^r)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 V_+ &= \dots \\
 V_- &= \dots \\
 \Delta V &= V_+ - V_- \\
 C &= \frac{Q}{\Delta V}
 \end{aligned}$$



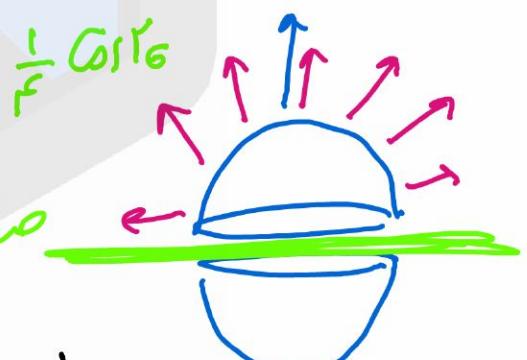
$$\vec{F} = \frac{1}{r} \iint \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{n} \, d\vec{s}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{r} \iint_0^{\pi} \frac{\left(\frac{Q}{\epsilon_0 \pi R^2}\right)^r}{\epsilon_0} R \sin\theta d\theta d\varphi \hat{a}_r$$

$$\vec{F} = \frac{Q^r}{4\pi\epsilon_0 R^r} \int_0^{\pi} \underbrace{\left[\sin\theta d\theta \right]}_{u} \hat{a}_z = \frac{1}{r} \sin^r \theta \Big|_0^{\pi} = \frac{1}{r}$$

$$= \boxed{\frac{Q^r}{4\pi\epsilon_0 R^r}}$$

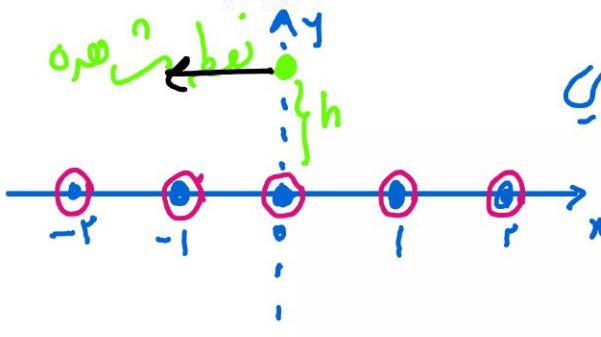
$$\cancel{\sin\theta d\theta \hat{a}_z + \sin\theta d\theta \hat{a}_r} + \cancel{\cos\theta \hat{a}_r} =$$



$$\uparrow \frac{Q^r}{4\pi\epsilon_0 R^r}$$

$$\downarrow \frac{Q^r}{4\pi\epsilon_0 R^r}$$

-۳۴ بروی محور x و در صفحه $y = 0$, بی‌نهایت هادی فیلامانی در جهت z قرار گرفته است. فیلامان‌ها هر یک جریان یک آمپر را در جهت z از خود عبور داده و در نقاط $x = n, n = 0, n = \pm 1, n = \pm 2, \dots$ قرار گرفته‌اند. شدت میدان مغناطیسی \vec{H} در $(0, h, 0)$ کدام است؟



بروی سازمان نمایی
بروی سازمان نمایی
بروی سازمان نمایی
بروی سازمان نمایی
بروی سازمان نمایی

$-\hat{a}_x$ از
اسه.

$$H_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\pi h} - 1} \quad (1) \quad \times$$

$$H_x = \frac{1}{2} - \frac{1}{e^{\pi h} - 1} \quad (2) \quad \times$$

$$H_x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{e^{\pi h} - 1} \quad (3)$$

$$H_x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\pi h} - 1} \quad (4) \quad \times$$

-۳۵ کار انجام شده بر روی بار $Q = 5C$ از نقطه $(1, 0, 0)$ به نقطه $(0, 6, 0)$ بر روی دایره‌ای به مرکز مبدأ

محصصات به شعاع واحد روی سطح $z = 1$ در میدان الکتریکی $\vec{E} = y \hat{a}_x + x \hat{a}_y + \delta \hat{a}_z$, چند زول است؟

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & x & \delta \end{vmatrix} = 1 - \delta \neq 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{E} = -\nabla V$$

$$- \int \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad -2/8 \quad 2/8 \quad -1/4 \quad 1/4$$

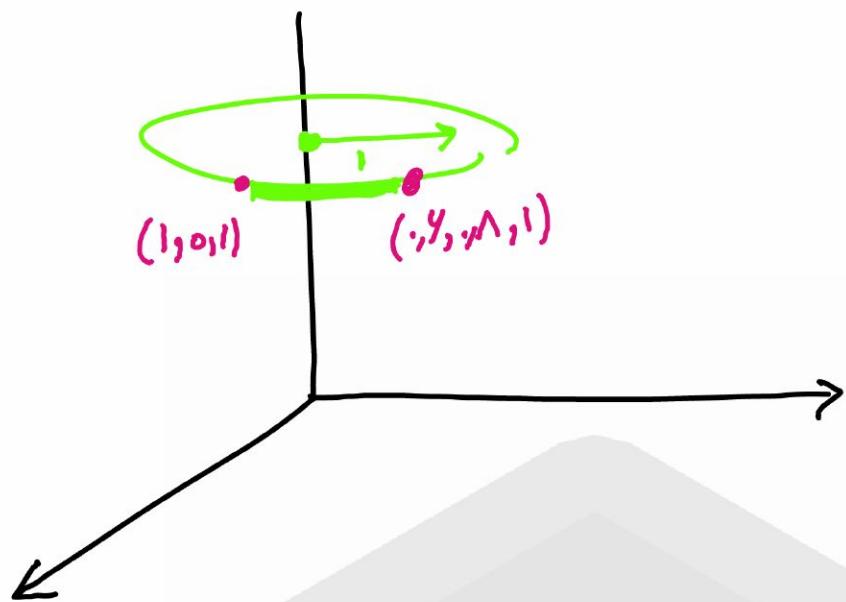
$$= - \int \vec{E} Q \cdot \vec{dl}$$

$$\Delta W = W_r - W_i = QV_r - QV_i$$

$$= Q \left[-xy - \delta z \right]_{\substack{x=0 \\ y=y_1 \\ z=1}} - Q \left[-xy - \delta z \right]_{\substack{x=1 \\ y=y_1 \\ z=1}}$$

$$\vec{E} = y \hat{a}_x + x \hat{a}_y + \delta \hat{a}_z \rightarrow V = -xy - \delta z$$

$$-\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial x} \hat{a}_x - \frac{\partial V}{\partial y} \hat{a}_y - \frac{\partial V}{\partial z} \hat{a}_z$$



$$W = - \int_Q (\gamma \hat{a}_x + n \hat{a}_y + d \hat{a}_z) \cdot (1 \, d\varphi \, \hat{a}_\varphi)$$

$$= - \left[\int (\sin \varphi)(-\sin \varphi) d\varphi + \int \cos \varphi d\varphi \right] Q$$

$$\hat{a}_\varphi = -\sin \varphi \hat{a}_x + \cos \varphi \hat{a}_y$$

$$= + \int_Q \sin \varphi d\varphi - \int \cos \varphi d\varphi Q$$

$\downarrow \frac{1}{r} \sin \varphi - \frac{1}{r} \sin^2 \varphi$

$\downarrow \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \cos^2 \varphi$

$$= \left[-\frac{1}{r} \cos \varphi + \frac{1}{r} \cos^2 \varphi - \frac{1}{r} \varphi - \frac{1}{r} \sin^2 \varphi \right]_0^{tg^{-1} \frac{r}{n}} Q$$

$$= \dots = -r_n \wedge$$