کد کنترل

287

E

287E

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹

# آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۹

## رشتهٔ مهندسی برق ـ مخابرات ـ کد (۲۳۰۲)

تعداد سؤال: ۴۵ — مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شمارهٔ | تا شمارهٔ |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی ـ مدارهای الکتریکی ۱و۲ ـ الکترومغناطیس ـ سیگنال‌ها و سیستم‌ها | ۴۵ | ۱ | ۴۵ |

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

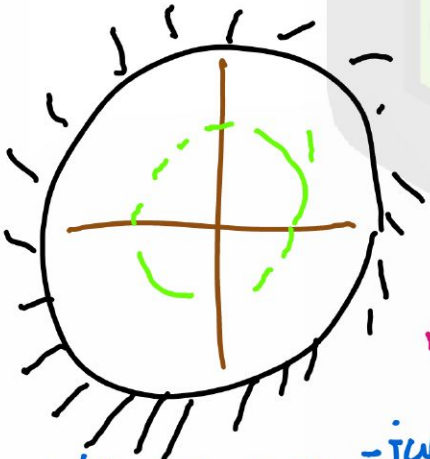
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

$$H(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\, z^{-n}\Big|_{z=1}$$

$z=\infty \rightarrow z^{-1}=0$

۳۶- تابع تبدیل یک سیستم LTI زمان گسسته به‌صورت $H(z)=\dfrac{\left(1-\frac{1}{5}z^{-1}\right)}{\left(1-\frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1+4z^{-1}\right)}$ با ناحیهٔ همگرایی $|z|>4$ است. کدام گزینه در مورد این سیستم درست است؟



۱) سیستم پایدار است.

۲) سیستم علّی است.

۳) سیتسم غیر علّی است.

۴) $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]=\frac{6}{25}$

۳۷- کدام عبارت می‌تواند تبدیل فوریهٔ یک سیگنال زمان گسسته باشد؟

$n=0,\pm1,\pm2$

$X(e^{j\omega})=\sum x[n]\, e^{-j\omega n}$

۱) $\sin\omega$

۲) $\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)$

۳) $\cos\left(\frac{\omega}{2}\right)+1$

۴) $\mathrm{sinc}(\omega)$

۳۸- در هر یک از سیستم‌های زیر، یک نمونه ورودی ـ خروجی داده شده است. کدام یک از سیستم‌ها می‌تواند علّی باشد؟

۱) $x[n]=u[n-2]$ $\quad y[n]=u[n+1]$

۲) $x[n]=u[n-2]$ $\quad y[n]=u[n-1]$

۳) $x[n]=u[n+1]$ $\quad y[n]=u[n+2]$

۴) $x[n]=u[n+2]$ $\quad y[n]=u[n+1]$

۳۹- سیگنال $x(t)$ از یک سیستم نمونه بردار با فرکانس نمونه‌برداری $300\,Hz$ عبور می‌کند. ضرایب سری فوریهٔ سیگنال گسستهٔ به‌دست آمده در یک دورهٔ تناوب، کدام است؟ $x(t)=\sin(200\pi t)\cos(150\pi t)$

$x(n)=x(t)\Big|_{t=nT_s}$

$n\times\frac{1}{f_s}=\frac{n}{300}$

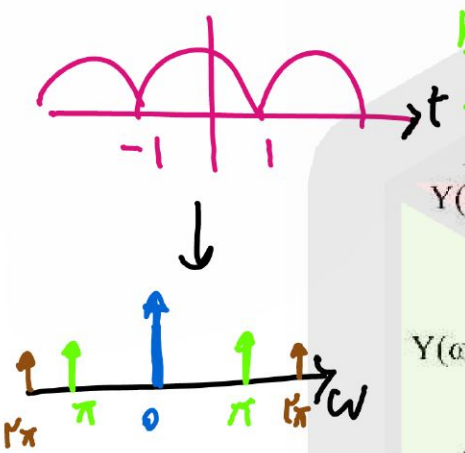
$x(t)=\frac{1}{2}\left[\sin(50\pi t)+\sin(250\pi t)\right]$

۱) $a_1=a_5=\frac{1}{4j}$ ، $a_7=a_{11}=\cancel{\frac{-1}{4j}}$ و بقیه ضرایب صفر

۲) $a_1=a_7=\frac{-1}{4j}$ ، $a_5=a_{11}=\cancel{\frac{1}{4j}}$ و بقیه ضرایب صفر

۳) $a_1=a_7=\frac{1}{4j}$ ، $a_5=a_{11}=\frac{-1}{4j}$ و بقیه ضرایب صفر

۴) $a_1=a_5=\frac{-1}{4j}$ ، $a_7=a_{11}=\cancel{\frac{1}{4j}}$ و بقیه ضرایب صفر




$\frac{k\pi}{2}=k\pi$

۴۰- تبدیل فوریهٔ سیگنال $y(t)=\left|\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right|$ برابر کدام است؟

۱) $Y(\omega)=2\sum_{k=\infty}^{\infty}\frac{\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)}{k}\left[\delta\left(\omega-(k+1)\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(\omega-(k-1)\frac{\pi}{2}\right)\right]$

۲) $Y(\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)}{k}\left[\delta\left(\omega-(k+1)\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(\omega-(k-1)\frac{\pi}{2}\right)\right]$

۳) $Y(\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)}{k}\left[\delta\left(\omega-(k+1)\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(\omega-(k+1)\frac{\pi}{2}\right)\right]$ ; k is even

۴) $Y(\omega)=2\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)}{k}\left[\delta\left(\omega-(k+1)\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(\omega-(k-1)\frac{\pi}{2}\right)\right]$ ; k is odd

۴۱- یک سیستم LTI با پاسخ ضربهٔ $h(t)=\frac{1}{\pi t}$ را در نظر بگیرید. اگر ورودی این سیستم، سیگنال $x(t)=\boxed{\text{sinc}^2(t)}\cos(2\pi t)$ باشد و خروجی آن را با $y(t)$ نمایش دهیم، مقدار $y\left(\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

حقیقی و زوج

نمی‌تواند سینوسی و کسینوس

۱) $\frac{4}{\pi^2}$

۲) $\frac{8}{\pi^2}$

۳) $\frac{16}{\pi^2}$

۴) $-\frac{8}{\pi^2}$

$y(t)=\text{sinc}^2(t)\sin 2\pi t$

$y\left(\frac{1}{4}\right)=\text{sinc}^2\left(\frac{1}{4}\right)\sin\frac{\pi}{2}=$

$=\left(\frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}}\right)^2\sin\frac{\pi}{2}=\frac{8}{\pi^2}$

$$x(t) \longrightarrow X(j\omega)$$

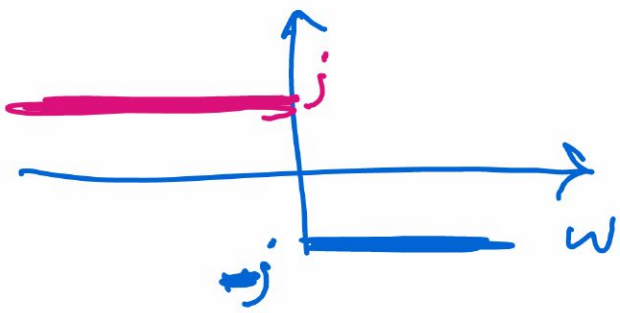
$$X(jt) \longrightarrow 2\pi\, x(-\omega)$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{Sgn}(t) \longrightarrow \frac{1}{j\omega}$$

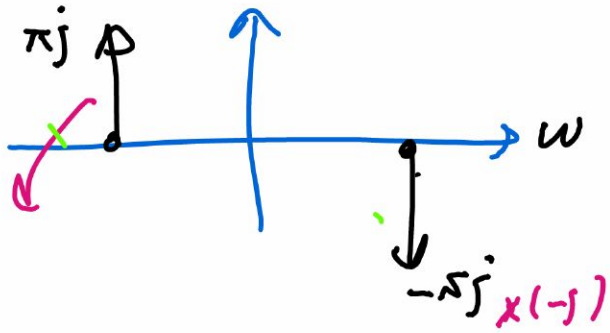
$$\frac{1}{jt} \longrightarrow \cancel{2}\pi \times \frac{1}{\cancel{2}}\,\mathrm{Sgn}(-\omega)$$

$$\boxed{\frac{1}{\pi t}} \longrightarrow j\,\mathrm{Sgn}(-\omega)$$

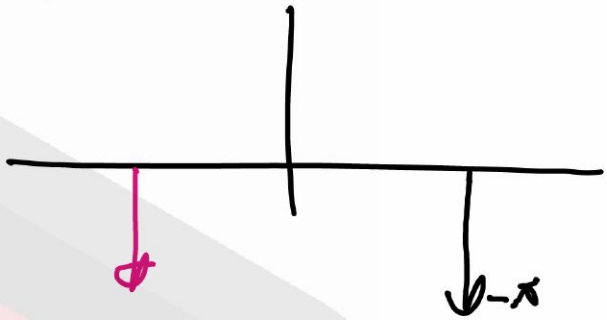
هسته تبدیل مهم



$\sin \alpha t$

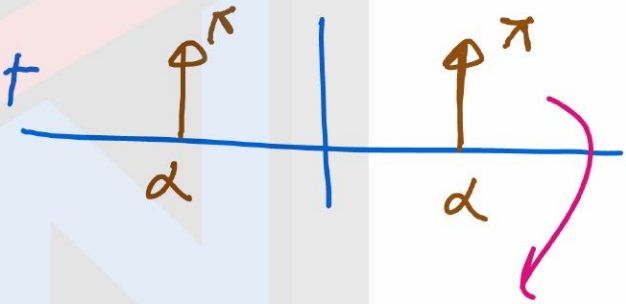


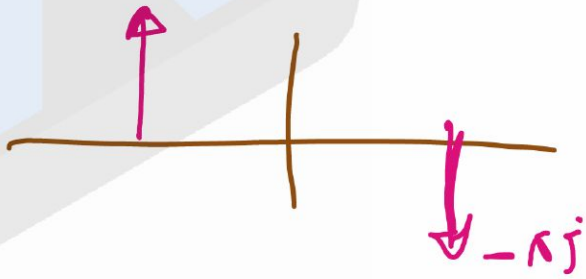

$$\sin \alpha t * \frac{1}{\pi t} = -\cos \alpha t$$



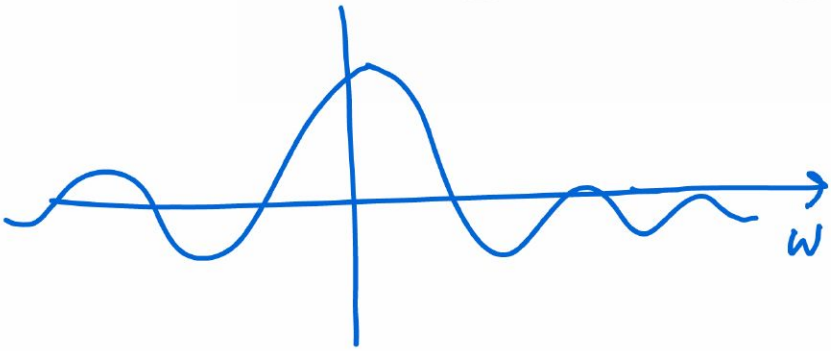

---

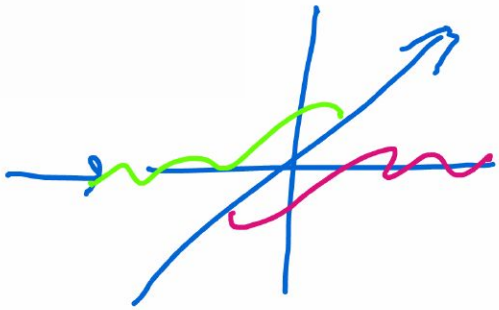
$$\cos \alpha t * \frac{1}{\pi t} = \sin \alpha t$$




نونگرش

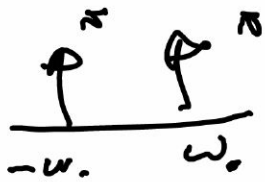


$$1 \longrightarrow 2\pi\,\delta(\omega)$$

$$1\,e^{j\omega_0 t} \longrightarrow 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$$

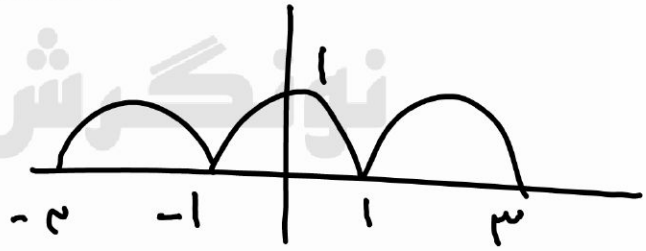
$$\cos\omega_0 t = \frac{1}{2}e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2}e^{-j\omega_0 t} \longrightarrow \pi\,\delta(\omega-\omega_0) + \pi\,\delta(\omega-\omega_0)$$

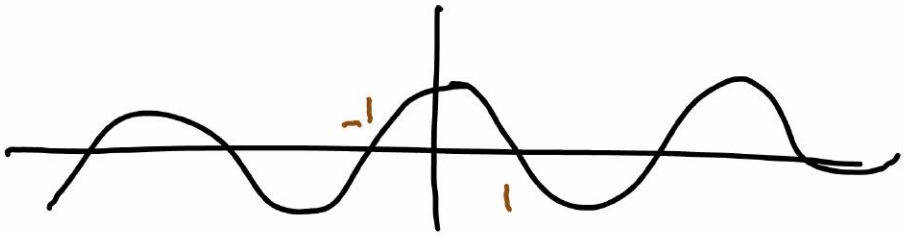


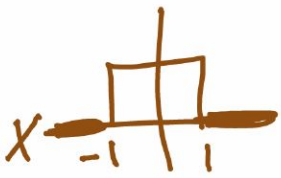

$$\sin\omega_0 t = -j\,\frac{1}{2}e + \cdots$$

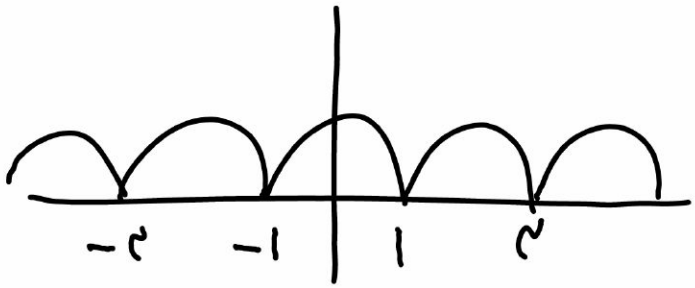
---

$$x(t) = \left|\cos\frac{\pi}{2}t\right|$$






اول اثر $\boxed{\text{پنجره}}$

بعد متناوب سازی

① $\cos\frac{\pi}{2}t \times \Pi\left(\frac{t}{2}\right)$

② متناوب سازی
با دوره تناوب ۲

---

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \cdot \Pi\left(\frac{t}{2}\right) \xrightarrow{FT} \frac{1}{\cancel{2\pi}}\left\{2\,\mathrm{Sinc}\left(\frac{w}{\pi}\right) * \cancel{\pi}\left(\delta\left(w-\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(w+\frac{\pi}{2}\right)\right)\right\}$$

② مرکز
جزء زمان
متناوب
سازی

$$\longrightarrow \frac{\sin w}{w} * \left[\delta\left(w-\frac{\pi}{2}\right)+\delta\left(w+\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$\frac{\sin\left(w-\frac{\pi}{2}\right)}{\left(w-\frac{\pi}{2}\right)} + \frac{\sin\left(w+\frac{\pi}{2}\right)}{\left(w+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$\downarrow$

$$a_k = \frac{1}{2}\,\frac{\sin(k\pi - \frac{\pi}{2})}{(k\pi - \frac{\pi}{2})} + \frac{\sin(k\pi + \frac{\pi}{2})}{k\pi + \frac{\pi}{2}}$$

$$\Big\downarrow \text{تبدیل فوریه}$$

$$2\pi \sum a_k \; \delta\left(\omega - k\frac{2\pi}{T}\right)$$

نونگرش

فرمول اصلی
را حفظ
باشیم

$$\tilde{x}[n] = \sum_{\langle N \rangle} a_k \, e^{jk\left(\frac{2\pi}{N}\right)n}$$

۹۹٫۹٪ کامبیز
از ضابطه اول

$$\sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \quad , \quad \cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$x[n] = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{n\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(\frac{7n\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{e^{j1\left(\frac{2\pi}{12}\right)n}}{2j} - \frac{1}{2}\,\frac{e^{j(-1)\left(\frac{2\pi}{12}\right)n}}{2j} + \frac{1}{4j}\,e^{j(7)\left(\frac{2\pi}{12}\right)n} - \frac{1}{4j}\,e^{j(-7)\frac{2\pi}{12}}$$

$$= a_{-5} = \frac{1}{4j} = a_7 =$$

$$a_{-25} = a_{-11} = \frac{1}{4j} = a_1 = a_{13} = a_{25}$$

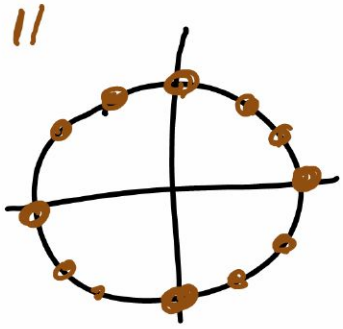
$a_5$

$$a_{-13} = -\frac{1}{4j} = a_{-1} = a_{11}$$

$$\cancel{a_0}, a_1, \cancel{a_{-1}}, a_2, \ldots \qquad a_{11}$$

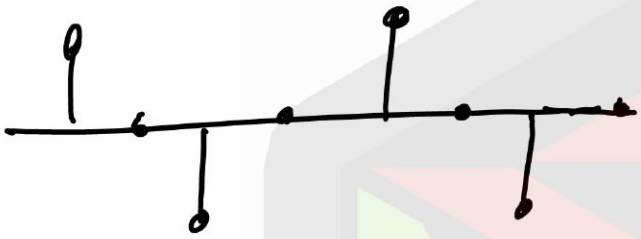
$$a_{\Uparrow} = a_{\Uparrow + 12}$$

$$a_1 = \cancel{a_{12}}$$



→ فقط ۲ تا ضریب سری فوریه

↓ نمونه برداری




→ بینهایت ضریب سری فوریه دارد ولی متناوب

---

$$\sin 5\frac{\pi n}{6} = \sin 5\left(\frac{2\pi}{\boxed{12}}\right)n$$

$a_{-8} = a_{-7} = a_{+5} = +\frac{1}{2j} = a_{17}$

$a_{-17} = a_{-5} = -\frac{1}{2j} = a_{7}$

نونگرش

$$\cos^3\alpha = \frac{3}{4}\cos\alpha + \frac{1}{4}\cos 3\alpha$$



۴۲- مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2\omega)}{1+\omega^2} d\omega$ ، کدام است؟

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2t}{1+t^2} dt = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{1+t^2}\right\}\Big|_{\omega=2} = \frac{\pi}{1} e^{-1\times 2}$$

۱) $\frac{\pi}{2}e^{-2}$

۲) $\pi e^{-1}$

۳) $\pi e^{-2}$

۴) $2\pi e^{-2}$

۴۳- معادلهٔ تفاضلی سیستم LTI گسسته و علّی به‌صورت زیر داده شده است:

بیرونی

$$y[n]+\frac{1}{2}y[n-1]=x[n] \rightsquigarrow H(z)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} \qquad |z|>\frac{1}{2}$$

پاسخ سیستم به ورودی زیر، کدام است؟

$$x[n]=\left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n]-\frac{1}{4}\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$$

$$\boxed{Y(z)=X(z)\,H(z)}$$

۱) $y[n]=(n+1)\left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n]-\frac{1}{4}n\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$

۲) $y[n]=(n+1)\left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n+1]-\frac{1}{4}n\left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n-1]$

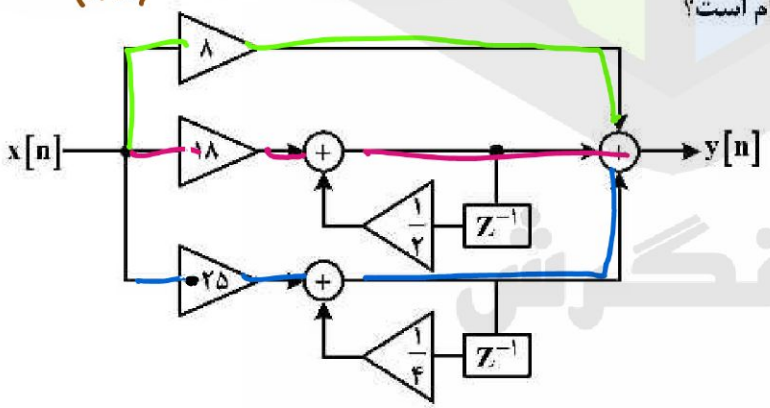
۳) $y[n]=n\left(\frac{-1}{2}\right)^n u[n]-\frac{1}{2}n\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$

۴) $y[n]=n\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]+\frac{1}{2}n\left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$

$$Y(z)=\frac{-2z^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)^2}-\frac{1}{4}\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{2}z^{-1}\right)^2}$$

$$y[n]=\underbrace{\left(\frac{-1}{2}\right)^{-1}}_{(n+1)}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}u[n+1]-\frac{1}{4}\left(\frac{-1}{2}\right)^{-1}n\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}u[n]$$

۴۴- تابع سیستم متناظر با بلوک دیاگرام زیر کدام است؟




۱) $H(Z)=\frac{1+2Z^{-1}+Z^{-2}}{1-\frac{3}{4}Z^{-1}+\frac{1}{8}Z^{-2}}$

۲) $H(Z)=\frac{-7+8Z^{-1}}{1-\frac{3}{4}Z^{-1}+\frac{1}{8}Z^{-2}}$

فوق کلاس

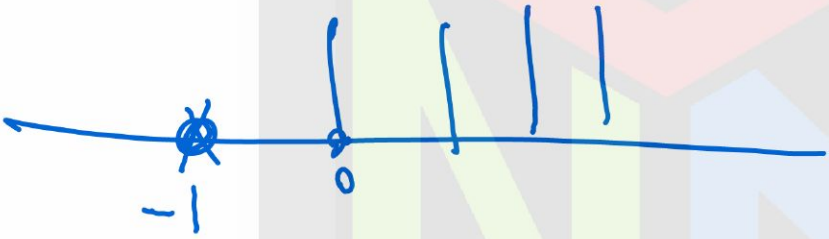
۳) $H(Z)=\frac{1+\frac{1}{2}Z^{-1}+\frac{1}{4}Z^{-2}}{8-18Z^{-1}-25Z^{-2}}$

۴) $H(Z)=\frac{1+\frac{1}{2}Z^{-1}+\frac{1}{4}Z^{-2}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{18}Z^{-1}-\frac{1}{25}Z^{-2}}$

$$H=8+\frac{18}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{25}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

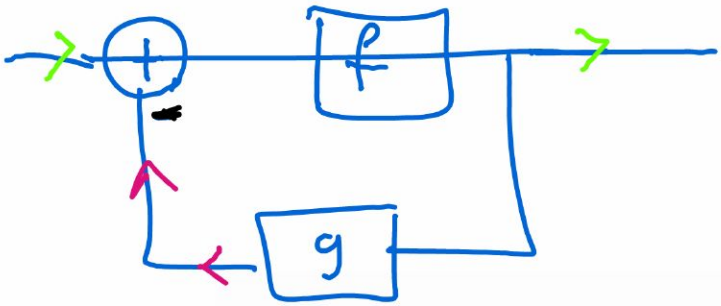
$$(n+1)\left(\triangle\right)^{n} u[n+1]$$

$$(n+1)\left(\triangle\right)^{n} u[n]$$




$$(n-2)\left(\triangle\right)^{n} u[n-2]$$

$$(n-2)\left(\triangle\right)^{n} u[n-2]$$




$$\frac{f}{1+fg}$$

نونگرش

علی

$$a^n u[n] \longrightarrow \frac{1}{1-az^{-1}}$$

بیرون

$|z|>|a|$

ضدعلی

$$-a^n u[-n-1] \longrightarrow \frac{1}{1-az^{-1}}$$

درون

$|z|<|a|$

---

خواهش رتمنا

$$n\,a^n u[n] \longrightarrow \frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$$

$|z|>|a|$

---

$$x(t)=u(t) \longrightarrow X(s)=\frac{1}{s}$$

$$h(t)=u(t) \longrightarrow H(s)=\frac{1}{s}$$

$$Y(s)=X(s)H(s)=\frac{1}{s^2}$$

---

$$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2} \xrightarrow{|z|>|a|} n\,a^n u[n]$$

$$\equiv$$

$$n\,a^n u[n-1]$$

$$\frac{1}{\left[1+\left(\frac{1}{4}\right)z^{-1}\right]^{2}} \overset{(-1)z}{=} \frac{\left(-\frac{1}{4}z^{-1}\right)}{\left(1+\frac{1}{4}z^{-1}\right)^{2}}$$

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}(n+1)\left(-\frac{1}{4}\right)^{n+1}u[n+1]$$

$$= (n+1)\left(-\frac{1}{4}\right)^{n}u[n+1]$$

نونگرش

فقط فرمول اصلی

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\left[\cos\omega t - j\sin\omega t\right] dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\underbrace{\cos\omega t}_{\text{زوج}}\, dt - j\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\underbrace{\sin\omega t}_{\text{فرد}}\, dt$$

$f(t)$ زوج $\longrightarrow$ $F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos\omega t\, dt$

---

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos\omega_0 t}{1+t^2}\, dt = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{1+t^2}\right\}\Bigg|_{\omega=\omega_0}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2t}{1+t^2}\, dt = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{1+t^2}\right\}\Bigg|_{\omega=2} = \frac{\pi}{1} e^{-|2|}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt = \mathcal{L}\{f(t)\}\Big|_{s=0}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] = \mathcal{Z}\{h[n]\}\Big|_{z=1}$$

$$\int_{0}^{\infty} 1\, e^{-2t}\,dt = \mathcal{L}\{u(t)\}\Big|_{s=2} = \frac{1}{2}$$

$$\int_{0}^{\infty} \cos 5t\, e^{-2t}\,dt = \mathcal{L}\{\cos 5t\, u(t)\}\Big|_{s=2}$$

نونگرش

۴۵- پاسخ ضربهٔ یک سیستم LTI پیوسته برابر است با: $h(t)=\frac{\sin^{2}(\pi t)}{(\pi t)^{2}}$.

پاسخ این سیستم به ورودی $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\pi t}$، کدام است؟

۱) $y(t)=1-\sin(\pi t)$

۲) $y(t)=1+\sin(\pi t)$

۳) $y(t)=1-\cos(\pi t)$

۴) $y(t)=1+\cos(\pi t)$

زوج

زوج

$\mathrm{sinc}^{2}(t) \xrightarrow{FT} \Lambda\left(\frac{w}{2\pi}\right)$

$x(t)=e^{-j\pi t}+e^{j\pi t}+1+e^{j\pi t}+e^{j\pi t}$

$1+2\cos\pi t+2\cos 2\pi t+2\cos 3\pi t$

$$\Lambda\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)=\begin{cases}1-\left|\frac{\omega}{2\pi}\right| & \left|\frac{\omega}{2\pi}\right|<1\\ 0 & \left|\frac{\omega}{2\pi}\right|>1\end{cases}$$

$\Lambda(5)=0$

$\Lambda\left(\frac{1}{4}\right)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$\Lambda\left(-\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

نونگرش

$$1+2\cos\pi t+2\cos 2\pi t+2\cos 3\pi t \rightarrow \boxed{H(\omega)=\Delta\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}$$

$$1+(2\cos\pi t)\frac{1}{2}=1+\cos\pi t$$

اویلر

$$\frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2}=\cos\theta$$

$$e^{j\theta}+e^{-j\theta}=2\cos\theta$$